

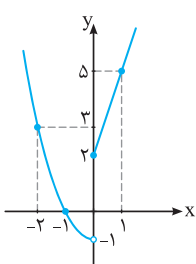
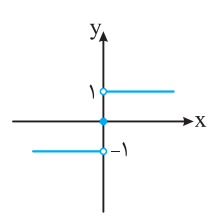
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم انسانی	سؤالات امتحان نوبت اول درس: ریاضی و آمار ۲
آزمون شماره (۱)	پایه یازدهم دوره دوم متوسطه (میان سال)		

ردیف	سؤالات	نمره
۱	با استفاده از جدول ارزش گذاری، درستی یا نادرستی هم‌ارزی روبه‌رو را بررسی کنید. $\sim(p \Rightarrow q) \wedge (\sim q \Leftrightarrow p) \equiv F$	۲
۲	ارزش گزاره‌های زیر را تعیین کنید. (آ) $(2^5 \times 2^{12} = 2^{17}) \wedge (-6 \notin \mathbb{N})$ (ب) $(49 \text{ مربع کامل است.}) \Rightarrow (\mathbb{R} \subseteq \mathbb{Z})$ (پ) $[(1 \text{ عدد اول است.}) \vee (\frac{1}{p} > \frac{1}{q})] \Leftrightarrow (معادلهٔ } x^2 + 4 = 0 \text{ ریشه ندارد.})$ (ت) $(\text{حاصل } x+y \text{ هم فرد است}) \Rightarrow (\text{اعداد } x \text{ و } y \text{ فرد هستند.})$	۲
۳	اگر ارزش $r \Rightarrow (p \wedge q)$ نادرست باشد، ارزش گزاره $\sim r \Leftrightarrow (\sim p \vee q)$ را بدون رسم جدول تعیین کنید.	۲
۴	با استفاده از استدلال عکس نقیض، ثابت کنید که «اگر $n^2 + 2n$ فرد باشد، آن‌گاه $n$ هم فرد است.» $(n \in \mathbb{N})$	۱
۵	نام استدلال زیر چیست؟ آیا روش به کار رفته در آن درست است؟ درستی یا نادرستی نتیجه این استدلال را بررسی کنید. مقدمه ۱: اگر دو عدد زوج باشند، آن‌گاه مجموع آن‌ها نیز زوج است. مقدمه ۲: حاصل $(x+y)$ زوج است. ∴ $x$ و $y$ هر دو زوج‌اند.	۱
۶	درستی یا نادرستی محاسبات زیر را بررسی کنید. اگر استدلال به کار رفته نادرست است، گزاره داده شده و استدلال مربوطه را خودتان اصلاح کنید. گزاره: اگر طول و عرض یک مستطیل را ۳ برابر کنیم، آن‌گاه مساحت آن ۳ برابر می‌شود. $\begin{cases} \text{عرض اولیه} = y, \text{ طول اولیه} = x \Rightarrow S = x \cdot y \\ \text{مساحت اولیه} \\ \text{استدلال: } \begin{cases} S' = 3xy = 3S \\ \text{مساحت جدید} \end{cases} \end{cases}$	۲
۷	نمودار تابع چندضابطه‌ای $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x < 0 \\ 3x + 2 & x \geq 0 \end{cases}$ را رسم کرده، سپس حاصل عبارات $f(0)$ ، $f(5)$ و $f(-\sqrt{5})$ را به دست آورید.	۲
۸	اگر $f$ تابع همانی باشد، مقادیر $a$ ، $b$ ، $c$ و $d$ را به دست آورید، سپس میانه آن‌ها را تعیین کنید. $f = \{(3a-1, 5), (\frac{b}{8}, 2), (-3, 3c), (d, 20)\}$	۱
۹	تابع $f$ تابعی ثابت است، مقادیر $a$ و $b$ را به دست آورید. 	۲
۱۰	اگر $f(x) = [x] + [-x]$ باشد، حاصل $f(\pi) - f(-4)$ را به دست آورید.	۱
۱۱	ضابطه تابع مقابل را به دست آورید. 	۲
۱۲	نمودار تابع $f(x) = \text{sign}(x)$ را رسم کرده، دامنه و برد آن را تعیین کنید. همچنین حاصل $3f(\sqrt{2}) - f(0) \times f(-6)$ را به دست آورید.	۲

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نوبت اول درس: ریاضی و آمار ۲	رشته: علوم انسانی
پایه یازدهم دوره دوم متوسطه (میان سال)	آزمون شماره (۱)

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																																			
۱	<table border="1"> <tr> <td>p</td> <td>q</td> <td>~q</td> <td>p ⇒ q</td> <td>~(p ⇒ q)</td> <td>~q ⇔ p</td> <td>~(p ⇒ q) ∧ (~q ⇔ p)</td> </tr> <tr> <td>د</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>ن</td> </tr> <tr> <td>د</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> </tr> <tr> <td>ن</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>ن</td> </tr> <tr> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>ن</td> </tr> </table> <p>پس هم‌ارزی داده شده نادرست است.</p>	p	q	~q	p ⇒ q	~(p ⇒ q)	~q ⇔ p	~(p ⇒ q) ∧ (~q ⇔ p)	د	د	ن	د	ن	ن	ن	د	ن	د	ن	د	د	د	ن	د	ن	د	ن	د	ن	ن	ن	د	د	ن	ن	ن	۲
p	q	~q	p ⇒ q	~(p ⇒ q)	~q ⇔ p	~(p ⇒ q) ∧ (~q ⇔ p)																															
د	د	ن	د	ن	ن	ن																															
د	ن	د	ن	د	د	د																															
ن	د	ن	د	ن	د	ن																															
ن	ن	د	د	ن	ن	ن																															
۲	<p>(آ) <math>(-6 \notin \mathbb{N}) \wedge (2^5 \times 2^{12} = 2^{17})</math>  <span style="margin-left: 40px;">T</span> <span style="margin-left: 100px;">T</span>  <span style="margin-left: 80px;">T</span></p> <p>(ب) <math>(\mathbb{R} \subseteq \mathbb{Z}) \Rightarrow (49 \text{ مربع کامل است.})</math>  <span style="margin-left: 40px;">F</span> <span style="margin-left: 100px;">T</span>  <span style="margin-left: 80px;">T</span></p> <p>(پ) <math>(1 \text{ عدد اول است.}) \vee ((\frac{1}{4} &gt; \frac{1}{3})) \Leftrightarrow [(\frac{1}{4} &gt; \frac{1}{3}) \vee (1 \text{ عدد اول است.})]</math>  <span style="margin-left: 40px;">T</span> <span style="margin-left: 100px;">F</span> <span style="margin-left: 100px;">T</span>  <span style="margin-left: 80px;">T</span></p> <p>(ت) <math>(\text{حاصل } x+y \text{ هم فرد است.}) \Rightarrow (\text{اعداد } x \text{ و } y \text{ فرد هستند.})</math>  <span style="margin-left: 40px;">F</span> <span style="margin-left: 100px;">T</span>  <span style="margin-left: 80px;">F</span></p> <p>می‌دانیم جمع دو عدد فرد، همواره زوج است، مثلاً:  <math>x + y = 3 + 5 = 8</math></p>	۲																																			
۳	<p>ارزش <math>(p \wedge q) \Rightarrow r</math> نادرست است، پس مقدم آن یعنی <math>p \wedge q</math> درست و تالی آن یعنی <math>r</math> نادرست است. از درستی <math>p \wedge q</math> نتیجه می‌گیریم که <math>p</math> و <math>q</math> هر دو درست هستند، بنابراین چنین می‌نویسیم:</p> $[(\sim p \vee q) \Leftrightarrow \sim r] \equiv [(\sim T \vee T) \Leftrightarrow \sim F] \equiv [(F \vee T) \Leftrightarrow T] \equiv T$	۲																																			
۴	<p>عکس نقیض گزاره داده شده عبارت است از: «اگر <math>n</math> زوج باشد، آن‌گاه <math>n^2 + 2n</math> هم زوج است.»</p> $n = 2k \Rightarrow n^2 + 2n = (2k)^2 + 2(2k) = 4k^2 + 4k = 2(\underbrace{2k^2 + 2k}_m) = 2m$ <p>پس به <math>2m</math> رسیدیم که در واقع، همان اعداد زوج را نشان می‌دهد. در این‌گونه سؤالات، همیشه از عدد ۲ فاکتور بگیرید و نام عبارت داخل پرانتز را <math>m</math> قرار دهید (<math>m</math> عدد صحیح است).</p>	۱																																			
۵	<p>نام استدلال، مغالطه است که روش استفاده شده در آن، همیشه نادرست است، ولی نتیجه باید بررسی شود، گفته شده حاصل <math>(x + y)</math> زوج است و نتیجه گرفته شده که <math>x</math> و <math>y</math> هر دو زوج‌اند، در صورتی که اگر مثلاً <math>x</math> برابر ۳ و <math>y</math> برابر ۵ باشد باز هم، حاصل <math>x + y</math> زوج خواهد شد. پس نمی‌توان گفت نتیجه حتماً درست است (ارزش نتیجه، نامعلوم است).</p>	۱																																			
۶	<p>اشتباه این‌جا است که طول و عرض، ۳ برابر نشده و فقط مساحت ۳ برابر شده است.</p> $S' = (3x)(3y) = 9xy = 9S$	۲																																			

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نوبت اول درس: ریاضی و آمار ۲	رشته: علوم انسانی
پایه یازدهم دوره دوم متوسطه (میان سال)	آزمون شماره (۱)

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	$y = \begin{cases} x^2 - 1 & x < 0 \\ 3x + 2 & x \geq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x &   & 0 & -1 & -2 \\ y &   & -1 & 0 & 3 \end{cases}$ $\begin{cases} x &   & 0 & 1 \\ y &   & 2 & 5 \end{cases}$ $\begin{cases} f(0) = 3(0) + 2 = 2 \\ f(5) = 3(5) + 2 = 17 \\ f(-\sqrt{5}) = (-\sqrt{5})^2 - 1 = 5 - 1 = 4 \end{cases}$ 	۲
۸	<p>f همانی است، پس در هر یک از زوج مرتبها، عضو اول باید با عضو دوم برابر باشد، بنابراین چنین می نویسیم:</p> $\begin{cases} 3a - 1 = 5 \Rightarrow 3a = 6 \Rightarrow a = 2 \\ \frac{b}{8} = 2 \Rightarrow b = 8 \times 2 = 16 \\ 3c = -3 \Rightarrow c = \frac{-3}{3} = -1 \\ d = 20 \end{cases}$ <p>نوشتن دادهها به صورت مرتب <math>\rightarrow -1, 2, 16, 20</math></p> <p>میانه <math>= \frac{2+16}{2} = \frac{18}{2} = 9</math></p>	۱
۹	<p>چون f ثابت است همه اعضای بُرد، در واقع باید یکسان باشند، لذا: <math>4a = 8 \Rightarrow a = \frac{8}{4} = 2</math>, <math>\frac{b}{2} = 8 \Rightarrow b = 2 \times 8 = 16</math></p>	۲
۱۰	$f(x) = [x] + [-x]$ $\begin{cases} x = \pi \rightarrow f(\pi) = [\pi] + [-\pi] = [3/4] + [-3/4] = 3 + (-4) = -1 \\ x = -4 \rightarrow f(-4) = [-4] + [4] = -4 + 4 = 0 \end{cases}$ <p><math>\Rightarrow f(\pi) - f(-4) = -1 - 0 = -1</math></p>	۱
۱۱	<p>قسمت چپ نمودار: <math>A(-2, 0), B(0, 4) \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 0}{0 - (-2)} = 2</math></p> <p><math>y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 0 = 2(x + 2) \Rightarrow y = 2x + 4, -2 \leq x &lt; 0</math></p> <p>قسمت وسط نمودار: <math>y = 4, 0 \leq x &lt; 3</math></p> <p>قسمت راست نمودار: <math>C(3, 4), D(5, 6) \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 4}{5 - 3} = 1</math></p> <p><math>y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 4 = 1(x - 3) \Rightarrow y = x + 1, x \geq 3</math></p> $y = \begin{cases} 2x + 4 & -2 \leq x < 0 \\ 4 & 0 \leq x < 3 \\ x + 1 & 3 \leq x \end{cases}$ <p>توجه کنید که <math>x \leq 3</math> با <math>x \geq 3</math> هیچ فرقی ندارد.</p>	۲
۱۲	$f(x) = \text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ $\left. \begin{aligned} \sqrt{2} > 0 &\xrightarrow{\text{ضابطه اول}} f(\sqrt{2}) = 1 \\ 0 = 0 &\xrightarrow{\text{ضابطه دوم}} f(0) = 0 \\ -6 < 0 &\xrightarrow{\text{ضابطه سوم}} f(-6) = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{عبارت مذکور} = 3(1) - 0 \times (-1) = 3$ 	۲